*Revista de Economia Política, vol. 16, nº 2 (62),abril-junho/96*

# Crescimento econômico, retornos crescentes e concorrência monopolista*

**PEDRO CAVALCANTI FERREIRA****
**ROBERTO ELLERY JR*****

In this article we investigate the theoretical shortcomings of traditional neoclassical growth models and how the new literature of endogenous growth has emerged to overcome these shortcomings. We study the theoretical reasons for hypothesis in the traditional models — some of them necessary for the existence of equilibrium — that implied counter-factual empirical results, like convergence. We will investigate how these hypothesis were relaxed or substituted, up to a point where the new literature end up working with increasing returns and monopolist competition models of Schumpetrian inspiration that deliver sustained growth and creative destruction.

## 1. INTRODUÇÃO

A teoria de crescimento neoclássica tradicional, que segue Solow (1956) ou Ramsey (1927), Cass (1965) e Koopmans (1965), tem como dois de seus principais alicerces as hipóteses de retornos constantes de escala e concorrência perfeita. Em ambientes competitivos, retornos constantes são necessários para a existência de equilíbrio. Por outro lado, concorrência perfeita é uma hipótese conveniente e bastante geral, o ambiente básico de toda a teoria neoclássica, e não só dos modelos de crescimento.

Uma das principais previsões desses modelos é que os níveis de renda dos diferentes países devem convergir no longo prazo. Por trás dessa previsão está a hipótese de rendimentos marginais decrescentes do capital, que implica que a taxa de retorno do capital caia com o aumento do estoque de capital. Por seu turno, rendimentos decrescentes do capital são um corolário da hipótese de retornos constantes

* Agradecemos os comentários e sugestões de Paulo Arvate, João Victor Issler e Samuel Pessoa. Agradecemos também a CAPES e ao CNPQ pelo apoio financeiro. Qualquer erro remanescente é de inteira responsabilidade dos autores.
** Da Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getúlio Vargas, Rio de Janeiro.
*** Da University of Pennsylvanya.

de escala. Pela lei de Euler, o pagamento aos fatores de produção esgota o produto sob retornos constantes e sob retornos crescentes, necessário para crescimento sustentável, este pagamento seria superior ao produto, uma impossibilidade econômica.

Dessa forma, países com renda baixa e capital escasso seriam países com alto retorno, o que levaria a altos investimentos e aceleração do crescimento. Dito de outra forma, a hipótese de rendimentos marginais decrescentes implica que países pobres cresceriam mais rápido e que a taxa de crescimento dos países líderes se desaceleraria ao longo do tempo. No longo prazo, todos os países tenderiam a um equilíbrio estacionário que seria uma função da sua taxa de poupança, da taxa de desconto intertemporal, da taxa de natalidade e outros parâmetros relevantes. Se esses parâmetros forem semelhantes para o grupo de países, no longo prazo todos alcançariam o mesmo *steady state*.

Em resumo: o modelo neoclássico de crescimento implica interrupção do crescimento no longo prazo e convergência entre países pobres e ricos. Os dois fatos possuem ou fortes evidências contrárias ou, principalmente em relação à convergência, evidências contraditórias. Inicialmente a solução teórica para o primeiro problema foi simplesmente postular uma taxa de acumulação tecnológica exogenamente dada de forma que no equilíbrio estacionário todos os países convergiriam para essa taxa e não mais para uma taxa de crescimento zero. Esta é, entretanto, uma solução insatisfatória uma vez que o modelo não explica os determinantes dessa taxa de crescimento tecnológica, isto é, não explica a mais importante questão da teoria do crescimento que é o porquê dos países crescerem a taxas diferentes.

O resultado de convergência, por sua vez, vem despertando nos últimos anos acirrada polêmica. Baumol (1986), por exemplo, usa uma amostra de 16 países hoje desenvolvidos para defender a existência de convergência entre eles. De Long (1988) mostra que este resultado ocorre devido a um viés de seleção, uma vez que Baumol escolhe, por problema de dados, países ricos que de fato já haviam convergido em 1970. Quando esta amostra é ampliada para incluir países em situação econômica semelhante em 1870 aos "hoje ricos" seu resultado não se sustenta e não há mais convergência. Entretanto, Baumol e Wolff (1988) mostram que de fato não há convergência generalizada, mas convergência entre um grupo restrito de países, da OECD, por exemplo. Deste debate resulta o conceito de "clubes de convergência," a idéia de que convergência não é um processo generalizado para todos os países, mas restrito a um pequeno grupo de países ou regiões homogêneas.

Um último corolário problemático desse modelo é o fato de que devido a rendimentos marginais decrescentes ao capital, o retorno deste seria imensamente superior em países pobres do que naqueles ricos, já que o retorno é inversamente proporcional ao estoque de capital. Lucas (1990) mostra que com os parâmetros usualmente aceitos da função de produção neoclássica o retorno do capital na Índia deveria ser 58 vezes superior ao retorno nos Estados Unidos. Em um modelo com economias abertas, isto implicaria obviamente investimentos americanos contínuos na Índia até que os retornos se igualassem. Uma vez mais, este é um resultado contra-factual.

O desenvolvimento das novas teorias de crescimento endógeno pode ser entendido como um progressivo abandono das hipóteses básicas dos modelos neoclássicos tradicionais. Um primeiro grupo de artigos [(e.g., Romer (1986), Lucas (1988), Jones & Manuelli (1990) e Rebelo (1991)] abandona a hipótese de rendimentos marginais decrescentes e passa a trabalhar com rendimentos marginais constantes ou crescentes. Neste caso, não há mais previsão de convergência entre países (ou regiões) e países atrasados não tenderiam a crescer mais rápido e não alcançariam os países líderes. Esta, como vimos, parece ser a evidência que se retira dos dados quando se examina amostras que incluem grande número de países.

Posteriormente, um segundo grupo de artigos [Romer (1990), Grossman & Helpman (1991) e Aghion & Howitt (1992)] abandona a hipótese de concorrência perfeita e passa a trabalhar com modelos de equilíbrio geral com concorrência monopolista ou monopólio puro. Esta literatura lança mão dos notáveis avanços no campo de organização industrial verificados nas décadas de 70 e 80, particularmente da literatura de *patent races*[1] no caso de Aghion & Howitt. A motivação básica é o reconhecimento de que acumulação tecnológica é o motor do crescimento e que ela se dá por ação voluntária dos indivíduos e de firmas buscando lucro com novas descobertas. Entretanto, sendo a tecnologia um bem público não-rival e só parcialmente excluível, alguma forma de monopólio deve ser garantida aos inovadores para que eles tenham incentivo para investir em pesquisa, ou qualquer inovação seria imediatamente copiada e o lucro do inovador seria zero. Esses modelos seguem a inspiração de Schumpeter (1942) que enfatizou a importância de poder (temporário) de monopólio como a força motivadora do processo inovador.

Este artigo se propõe a investigar em detalhe as fragilidades dos modelos neoclássicos tradicionais de crescimento e sua superação pela nova literatura teórica de crescimento endógeno. Mais do que uma simples *survey*, estudaremos a necessidade, para a existência de equilíbrio, de hipóteses teóricas nos modelos tradicionais que implicam em resultados empíricos contrafactuais. Veremos como essas hipóteses vão sendo relaxadas, até que se passa a trabalhar, dentro ainda do arcabouço teórico tradicional de equilíbrio geral com expectativas racionais, com modelos com rendimentos crescentes e concorrência monopolista.

Neste sentido a seção 2 apresenta os dois modelos de crescimento neoclássicos tradicionais, o modelo de Solow e o de Cass-Koopmans. A seção 3 apresenta o primeiro grupo de modelos de crescimento endógeno, e discute como foi possível compatibilizar retornos crescentes com concorrência perfeita. Na seção 4 discutem-se modelos de crescimento endógeno com concorrência monopolista e na última seção serão feitos alguns comentários finais.

## 2. MODELOS NEOCLÁSSICOS DE CRESCIMENTO

### 2.1 O modelo de Solow

O modelo de Solow (1956) forma a base para todos os desenvolvimentos posteriores da teoria do desenvolvimento neoclássica. É o primeiro modelo que utiliza uma função de produção com retornos constantes num contexto de crescimemento[2]. O modelo supõe exógena a taxa de crescimento da população e o progresso técnico, e seguindo a tradição keynesiana da época, assume que a taxa de poupança também é exógena e proporcional ao produto.

[1] O leitor interessado encontra boas resenhas dessa literatura em Tirole (1989), capítulo 10 e Reinganum (1984).
[2] O modelo que será aqui apresentado segue Mankiw *et alii* (1992).

Assuma uma função de produção do tipo Cobb-Douglas $Y(t) = K(t)^{\alpha} (A(t)\, L(t))^{1-\alpha}$, em que Y é produto, K capital, L trabalho e A é o nível tecnológico ou produtividade da mão-de-obra. $A(t)$ e $L(t)$ seguem $L(t) = L(0)e^{nt}$ e $A(t) = A(0)e^{gt}$, sendo $n$ e $g$ dados.

A poupança é uma fração constante do produto de forma que o investimento é dado exogenamente por $S = sY = I$.

Para fins de desenvolvimento do modelo as variáveis serão tratadas em unidades de eficiência, ou seja, a variável dividida por unidades eficientes de trabalho $(A(t)\, L(t))$. As variáveis expressas em unidades de eficiência serão denotadas em letras minúsculas. Dessa forma, o investimento será a variação do capital mais uma fração do estoque do capital para compensar o crescimento da mão-de-obra e de sua produtividade, além de outra fração para compensar a depreciação. Assim pode-se obter:

$$\frac{Y}{AL} = K^{\alpha} (AL)^{-\alpha} = k^{\alpha}$$

e a partir desta relação obtém-se a seguinte expressão para a variação do estoque de capital:

$$\dot{k}(t) = sk(t)^{\alpha} - (n + g + \delta)\, k(t), \quad 0 < \alpha < 1 \qquad (1)$$

Na equação acima $n + g$ é a taxa de crescimento das unidades efetivas de mão-de-obra e $\delta$ a taxa de depreciação do capital. Note que pela equação (1) o capital por unidade eficiente cresce enquanto $sk(t)$ for superior a $(n + g + \delta)\, k(t)$ e cai quando for inferior. Em ambos os casos o crescimento ou queda se interrompe quando ambas as expressões se igualam, e é trivial demonstrar que para qualquer valor inicial do capital ele tende a este *steady-state* que é dado por:

$$k^{*} = \left[\frac{s}{(n + g = \delta)}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \qquad (2)$$

Duas importantes conclusões são retiradas das equações (1) e (2). Em primeiro lugar, o fato de que países com parâmetros semelhantes convergiriam para o mesmo equilíbrio estacionário dado por k*. Em segundo lugar, o fato de que países com menor estoque de capital cresceriam a taxas maiores que países mais ricos. Para observar isto basta dividir os dois lados da equação (1) por $k$, obtendo do lado esquerdo a taxa de crescimento e do lado direito $sk^{\alpha-1} - (n + g = \delta)$. A derivada desta expressão em relação ao estoque de capital é negativa $((\alpha - 1)\, sk^{\alpha-2})$, o que significa que quanto maior o estoque de capital por unidades de eficiência, menor a taxa de crescimento.

A partir da expressão (2) é imediato encontrar o produto de *steady-state* para a economia, bem como a taxa de crescimento do produto *per capita*. Aplicando (2) na função de produção (em unidades de eficiência) logaritmizada, temos:

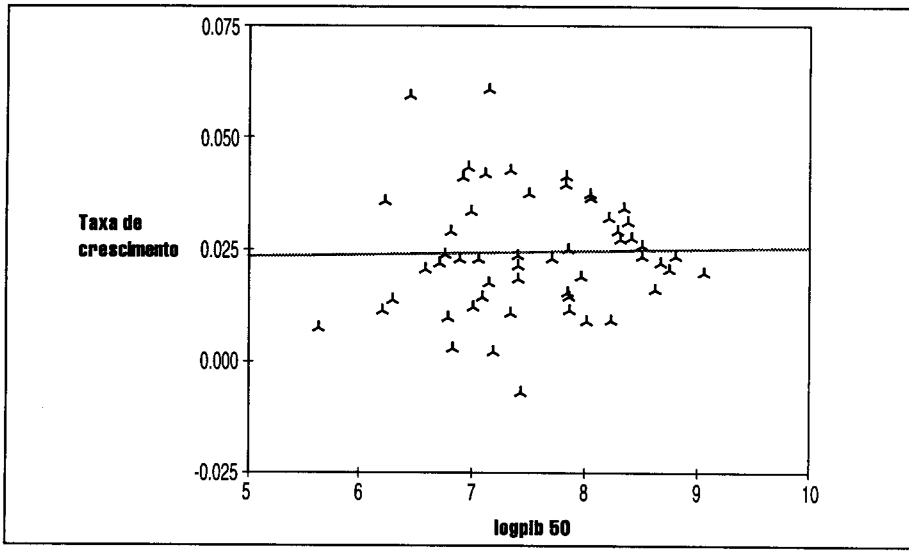
$$\log\left[\frac{Y(t)}{L(t)}\right] = \log A(0) + gt + \frac{\alpha}{1-\alpha} \log\left(\frac{s}{n + g + \delta}\right) \qquad (3)$$

Da expressão (3) acima pode-se concluir que a taxa de crescimento do produto *per capita* no equilíbrio estacionário é dado por $g$, ou seja, por um parâmetro exógeno. Dessa forma parâmetros ligados à política econômica não possuem qualquer influência sobre o desenvolvimento econômico dos países ao longo prazo. Assim, a única forma de se explicar diferenças entre as taxas de crescimento dos diversos países é através de diferenças em um parâmetro exógeno, $g$, que o modelo não explica, ou diferentes posições na trajetória de transição.

Finalmente, um outro ponto importante ligado ao modelo de Solow é que, devido à existência de retornos decrescentes para o capital, existe uma previsão de convergência entre a renda *per capita* dos diversos países. Uma forma de observar esse fenômeno seria expandir a expressão (3) em torno dos valores de *steady-state* e observar a relação inversa entre taxa de crescimento e PIB *per capita* inicial.

A conclusão de que o nível de renda *per capita* deve convergir entre todos os países, independentemente da posição inicial, não encontra evidência firme nos dados, como pode ser observado na Figura 1 que mostra a relação entre PIB *per capita* em 1950 e a taxa de crescimento, até 1987, para 56 países.

FIGURA 1




A figura acima mostra a inexistência de uma relação inversa entre PIB *per capita* no período inicial (no eixo horizontal) e taxa de crescimento (no eixo vertical) para o grupo de países, usando dados da base de Summers & Heston (1991). Na realidade se observa uma reta quase horizontal com um pequeno deslocamento para cima, o que significaria divergência entre o PIB *per capita* dos diversos países[3].

## 2.2 Consumo endógeno e equilíbrio geral

O modelo de crescimento de Solow apresenta dois tipos de problemas. Aqueles de natureza empírica foram examinados na seção anterior. Existe, entretanto, um problema metodológico talvez mais grave ainda: a taxa de poupança é exógena ao mo-

[3] Mankiw *et alii* (1992), entretanto, defendem a existência de convergência *condicional*, isto é, corrigida por características específicas de cada país. V. Barro e Sala-i-Martin (1995), cap. 1, para uma discussão mais longa dessa questão.

delo, não é um resultado do comportamento otimizador dos agentes. Porém, crescimento econômico é um processo de equilíbrio geral onde todos os mercados e todos os participantes de uma economia influenciam e são influenciados por ele. Assumindo como dada a propensão a poupar, o modelo ignora o comportamento dos agentes deixando de explicar uma variável fundamental da economia e não pode tratar, portanto, questões como o impacto do juros na poupança, o impacto sobre acumulação e consumo de choques futuros na renda, sejam eles permanentes ou temporários, etc.

Cass (1965) e Koopmans (1965), seguindo o trabalho pioneiro de Ramsey (1927), desenvolvem de forma independente o primeiro modelo de crescimento em equilíbrio geral onde o fluxo de consumo e poupança ao longo do tempo são decididos endogenamente por agentes otimizadores. Ao contrário do modelo de Solow e toda a tradição keynesiana até esta época, neste modelo os resultados econômicos não acontecem arbitrariamente mas são frutos das decisões de equilíbrio de agentes racionais. O modelo pode ser facilmente estendido para incluir decisão de trabalho, incerteza, moeda e inflação, ciclos, etc. Apresentaremos aqui, entretanto, sua versão mais simples em tempo discreto.

Suponha que os agentes tenham uma função de utilidade a cada período: $R_+ \to R$, que depende unicamente do consumo e que seja continuamente diferenciável, crescente, estritamente côncava e que $\lim_{c \to 0} U'(c) = \infty$. Suponha que a utilidade total seja descontada no tempo a uma taxa $\beta$ entre 0 e 1, uma vez que consumir no presente é preferível a consumir no futuro. O problema do consumidor representativo pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} \max_{\{C_t\}_0^\infty} \quad & \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t), \\ \text{s.a.} \quad & C_t + I_t = r_t K_t + w_t L_t, \\ & K_{t+1} = I_t + (1-\delta) K_t, \\ & K_0 \text{ dado.} \end{aligned}$$

E o problema da firma, como:

$$\max_{L_t, K_t} F(L_t, K_t) - w_t L_t - r_t K_t$$

No problema acima, $F: R^2_+ \to R_+$ é uma função de produção com retornos constantes de escala no capital ($K_t$) e trabalho ($L_t$), crescente e continuamente diferenciável em K e L, côncava em K e L separadamente e respeita as condições de Inada. $C_t$ é consumo e $I_t$ é investimento. Note que o agente não decide somente seu consumo no tempo presente mas todo seu (e de seus descendentes) fluxo futuro de consumo[4]. Obviamente o problema seria mais realista se permitíssimos incerteza, mas isso não acrescentaria muito à questão específica que queremos tratar. O problema acima é resolvido utilizando-se de métodos de programação dinâmica[5]. Das condições de primeira ordem, temos:

[4] Barro (1974) prova que o problema em horizonte infinito é equivalente, sob algumas condições fracas, a um problema em que os agentes vivem um número finito de períodos, mas se preocupam com o bem-estar ( isto é, a utilidade) de seus descendentes.

[5] O leitor interessado encontra detalhada apresentação desta técnica em Stokey & Lucas (1992).

$$\frac{U'(C_{t+1})}{U'(C_t)} = \beta\,[r_t + (1 - \delta)],$$

Se especializarmos a função de utilidade assumindo uma função logarítmica e introduzirmos a condição de equilíbrio que sai do problema da firma, $r_t = F'_{kt}$, teremos:

$$\frac{C_{t+1}}{C_t} = \beta\,[F'_k(.) + (1-\delta)] \tag{4}$$

Embora o modelo Cass-Koopmans seja um poderoso instrumental para tratar diversas questões macroeconômicas relevantes, o *building block* básico da macroeconomia moderna, ainda apresenta os mesmos problemas do modelo de Solow quando olhamos as suas implicações empíricas em relação à taxa de crescimento de longo prazo. Isto porque, como o capital apresenta retornos marginais decrescentes, o produto marginal do capital tende a zero quando o capital tende a infinito, de forma que a expressão à direita em (4) tenderia a (1-δ) que é menor que um. Entretanto, como o produto marginal do capital é contínuo por hipótese, essa expressão atingirá um em tempo finito antes de atingir (1-δ). Nesse ponto o consumo em dois períodos consecutivos se iguala e o crescimento se interrompe. Cass (1965) mostra que isso ocorrerá quando $k$ atingir $k^*$, a chamada *regra de ouro modificada*, que é dada por:

$$F'_k(k^*) + (1 - \delta) = 1/\beta.$$

Esta condição implica que o lado esquerdo de (4) se iguala a 1 ou, em outras palavras, o consumo no tempo t é igual ao consumo em t+1 para todos os períodos t. Este resultado mostra também que o nível de capital e, portanto, de produto, no *steady-state* independe do estoque inicial do capital. É possível tembém mostrar que nesse modelo existe um processo de convergência do capital *per capita* para um único estado estacionário, o que implica, como no modelo de Solow, que países com parâmetros semelhantes convergirão no longo prazo para níveis de renda *per capita* semelhante.

Em ambos os modelos analisados já deve estar claro que é a hipótese de rendimentos marginais decrescentes ao capital que provoca a interrupção do crescimento. Se na expressão (4) $F'_k$ permanecesse acima de um limite $A^*$ tal que a expressão $[A^* + (1\text{-}\delta)]$ jamais fosse inferior a 1/β, o consumo amanhã seria sempre superior ao consumo hoje e o crescimento não se interromperia. O que se necessita para crescimento sustentável são hipóteses para que a produtividade marginal do capital não decresça continuamente com k, ou que pelo menos sua queda se interrompa num ponto tal que $[A^* + (1\text{-}\delta)] > 1/\beta$.

Rendimentos marginais decrescentes são uma conseqüência da hipótese de retornos de escala constante. Suponha uma função de produção com essas propriedades e que os únicos insumos sejam capital físico e trabalho. Pela lei de Euler para funções homogêneas de grau um, temos que:

$$F_k K_t + F_L L_t = F(K_t, L_t)$$

Em ambientes competitivos os fatores de produção são remunerados pelos seus produtos marginais de forma que $F_k = r_t$ e $F_L = w_t$. Aplicando estes dois resultados na expressão acima temos que,

$$r_tK_t + w_tL_t = F(K_t, L_t),$$

isto é, o produto da firma é exaurido pagando todos os insumos, já que $r_tK_t$ é a remuneração do capital e $w_tL_t$ a remuneração do trabalho. Se a função de produção possuísse retornos crescentes e fosse especializada na forma, $F(K_t, L_t) = AK_t^{\alpha+\theta} L_t^{1-\alpha}$, teríamos $F_k = (\alpha + \theta) AK_t^{\alpha+\theta} L_t^{1-\alpha} = r_t$ o que implicaria portanto que:

$$F_KK + F_LL = \alpha AK_1^{\alpha+\theta} L_t^{1-\alpha} + (1-\alpha) AK_t^{\alpha+\theta} L_t^{1-\alpha} + \theta AK_1^{\alpha+\theta} L_t^{1-\alpha} > F(K_t, L_t)$$

O resultado acima implica que a remuneração total dos insumos estaria acima do produto o que é obviamente impossível. Isto implica, por sua vez, que retornos crescentes são incompatíveis com o equilíbrio em mercados competitivos. Entretanto, como vimos acima, é exatamente a hipótese de retornos crescentes que é necessária para que o crescimento não se interrompa.

## 3. CRESCIMENTO ENDÓGENO

O grande desafio teórico que se coloca a partir dos dois modelos examinados é como endogeneizar tecnologia. Se a variável $A$ da função Cobb-Douglas da seção anterior for fruto das decisões dos agentes ela deve ser remunerada como os outros fatores de produção. Nesse caso a tecnologia terá retornos crescentes, e os insumos não poderão ser pagos por seus produtos marginais. Logo, algo além da teoria Walrasiana de equilibrio competitivo é necessário para explicar o crescimento sustentável. Várias tentativas foram feitas nesse sentido até a solução definitiva dada por Romer (1986), sendo que duas das mais importantes são Arrow (1962) e Uzawa (1965).

Arrow (1962) introduz a idéia de *learning by doing* supondo que o crescimento da tecnologia *"A"* não é intencional e, portanto, não é remunerado. Entretanto, a propensão marginal a poupar ainda é exógena, bem como a razão capital—trabalho que determina crescimento. Dessa forma, o crescimento ainda é independente de $s$ e das decisões dos agentes. Entretanto, o modelo de Arrow e a idéia de *learning by doing* são as bases para o modelo de Romer (1986).

Finalmente, Uzawa (1965) associa a variável $A$ ao capital humano assumindo que seu crescimento necessitava de "serviços de trabalho" na forma de insumos educacionais e analisa trajetórias ótimas de crescimento. É o primeiro modelo que mostra como crescimento a uma taxa endógena pode ser obtido no modelo neoclássico. Entretanto, por analisar somente trajetórias ótimas mas não trajetórias de equilíbrio competitivo, ele não enfrenta o problema crucial de como compensar as atividades que provocam o crescimento de $A$ num modelo com retornos crescentes. Este modelo, entretanto, é a base para o modelo de Lucas (1988), um dos artigos seminais da nova literatura de crescimento.

### 3.1 Retornos crescentes, equilíbrio competitivo e crescimento sustentável

Romer (1986) introduz a idéia, em modelos de crescimento em equilíbrio geral, de externalidades do nível de capital sobre a função de produção, o que permitirá a existência de equilíbrio competitivo em modelos sem rendimento decrescentes para o capital. A possibilidade de equilíbrio competitivo reside no fato de que os agentes ao tomarem suas decisões não controlam as externalidades. Isto evita que as firmas cresçam infinitamente como usualmente se associa a este tipo de função de produção e permite que todos os insumos *privados* sejam remunerados de acordo com seus produtos marginais. Em outras palavras, assume-se tecnologia com externalidade ao capital e retornos constantes aos insumos privados e crescentes à soma dos insumos privados e externos.

O passo inicial de Romer (1986) é propor uma tecnologia da forma $Y = F(K, L)\, \Psi(E)$, com $\Psi' > 0$. A variável *E* representa "conhecimento", "idéias," isto é, é um insumo intangível correspondente ao estoque agregado de conhecimento. Esta variável seria o resultado publicamente observado de novos processos de produção, técnicas e design e um fator essencial à produção como o capital e o trabalho.

Da forma que é colocado na função de produção, *E* seria um bem público não-rival e não-excluível[6]. Uma firma individual que produz um novo bem empreende alguma pesquisa sobro novos designs e o processo de produzi-lo. O novo *design knowledge* vira parte do *pool* agregado de conhecimento que qualquer firma pode explorar.

A hipótese fundamental que permitirá crescimento sustentável é que movimentos do conhecimento e de pesquisa, isto é, da variável *E*, seguem os movimentos do capital. Esta hipótese é justificada a partir da evidência empírica de que aplicações para obtenção de patentes nos EUA é positivamente afetada por variações no investimento em capital físico. Assim, *E* seria uma função monotônica e positiva de *K*, podendo ser substituída na função de produção por capital "social", que tanto pode representar capital agregado total quanto agregado *per capita*. A função de produção se transformaria em

$$Y_t = F(K_t, L_t)\, \Omega(\bar{K}_t), \qquad \Omega' > 0$$

em que $\bar{K}$ é capital social e funciona como um bem público uma vez que os agentes não o levam em conta na hora de tomar decisões. Dessa forma, não recebe compensação direta.

O primeiro componente da função de produção, $F(K_t, L_t)$, possui todas as propriedades comumente associadas às funções de produção neoclássicas e definidas anteriormente. Particularmente, apresenta retornos constantes em K e L, de forma que a função de produção apresenta retornos crescentes em todos os insumos.

Para a existência de equilíbrio, o que basicamente se requer é que a função de produção seja côncava nos seus dois primeiros argumentos, que são os insumos sujeitos à escolha individuais[7]. Para a solução do problema assume-se que os indivíduos tomam como dado toda a seqüência $\bar{K}_t\ (\forall t)$ e depois das condições de primeira ordem, e somente depois, impõem-se a condição de equilíbrio $\bar{K} = K$. O problema é basicamente um problema de ponto fixo cuja existência de solução é garantida pelas hipóteses restritivas sobre tecnologia e preferências. Conforme já foi dito, o essencial é construir um problema de programação côncava nos insumos privados, resolvê-lo tomando como dado o capital agregado e depois impor que o capital que sai do problema individual seja idêntico ao capital agregado. Esta é a única solução do problema.

[6] O primeiro conceito, não-rivalidade, significa que o consumo de um bem por um agente não impede o consumo do mesmo bem por outro agente. Já o segundo conceito significa simplesmente que não há maneira de impedir o consumo do bem por parte de determinado agente ou grupo de agentes.

[7] Ver Romer (1989) para uma discussão mais elaborada das condições de equilíbrio deste modelo.

As hipóteses mencionadas garantem o equilíbrio com retornos crescentes. Para que haja crescimento sustentável e não-convergência a um estado estacionário como no modelo de Cass (1965) ainda é necessária uma hipótese adicional sobre a tecnologia. Isso ficará claro na seguinte especialização do modelo. Assuma que a tecnologia seja tal que:

$$F(K_t, L_t)\,\Omega\,(\bar{K}_t) = AK_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha} \bar{K}_t^{\theta},$$

de forma que o problema do consumidor representativo pode ser agora definido como:

$$\begin{aligned} \underset{\{C_t\}_0^{\infty}}{\text{Max}} \quad & \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t) \\ \text{s.a.} \quad & C_t + I_t = AK_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha} \bar{K}_t^{\theta} \\ & K_{t+1} = I_t - (1-\delta) K_t \\ & K_0 \text{ dado.} \end{aligned}$$

A hipótese de equilíbrio adicional necessária iguala capital privado ao social. Este pode entrar na função de produção de forma agregada, $\bar{K} = NK$ (onde N é o número de firmas, idênticas por conveniência, na economia) ou *per capita*, $\bar{K} = Nk$ (em que k representa capital *per capita*). Adotaremos a segunda forma, sem perda de generalidade. Note também que sem perda de generalidade juntamos em um só setor os consumidores e firmas, seguindo entre outros Lucas (1988) e Sidrausky (1967), de forma que o valor do produto, e não a renda do capital e trabalho entra na restrição orçamentária. Suponha também que a função de utilidade seja uma C.E.S., $U(C) = \dfrac{C^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}$ onde $1/\sigma$ é a elasticidade de substituição.

Das condições de primeira ordem deste problema, temos:

$$\left[\frac{C_t}{C_{t+1}}\right]^{-\sigma} = \left[\frac{C_{t+1}}{C_t}\right]^{\sigma} = \beta\left(\alpha A K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} \bar{K}^{\theta} + (1-\delta)\right);$$

de modo que a taxa de crescimento bruta é dada, após impormos a condição de equilíbrio, por:

$$\frac{C_{t+1}}{C_t} = \left[\beta\left(\alpha A k_t^{a-\theta-1} + (1-\delta)\right)\right]^{\frac{1}{\sigma}} \qquad (5)$$

De acordo com os valores de $\alpha$ e de $\theta$, a equação (5) pode levar a três resultados distintos, quais sejam:

(i) $\alpha + \theta < 1$: neste caso o capital exibirá retornos decrescentes e o modelo ficará da forma do modelo de Cass-Koopmans com convergência a um equilíbrio estacionário em nível ou a uma taxa de crescimento exógena;

(ii) $\alpha + \theta = 1$: neste caso os rendimentos serão constantes, e a taxa de crescimento será dada por:

$$\gamma_c = \frac{C_{t+1}}{C_t} = \left(\beta\left(\alpha \bar{A} + (1-\delta)\right)\right)^{\frac{1}{\sigma}} \qquad (6)$$

em que $\bar{A} = AN^{\theta}$. neste caso, a taxa de crescimento atinge um limite inferior constante que será maior que um se $\beta\ (\alpha \bar{A} + (1\text{-}\delta)) > 1$;

(iii) $\alpha + \theta > 1$; neste caso existirão rendimentos crescentes, a taxa de crescimento será tão maior quanto maior for o nível de capital. Isso levará a um processo de divergência da renda *per capita*, ou seja, os países ricos aumentarão cada vez mais a distância que os separa dos países pobres.

O modelo com rendimentos marginais constantes ao capital ($\alpha + \theta = 1$) implica não convergência e a manutenção das diferenças na renda *per capita*, uma vez que países com parâmetros semelhantes crescerão à mesma taxa $\gamma$. É imediato mostrar, utilizando as condições de transversalidade, que capital, produto e investimento também crescerão à mesma taxa que o consumo.

## 3.2 Modelo Ak e crescimento em modelos de tempo contínuo

A seção anterior mostrou que retornos marginais constantes ao capital é condição necessária para crescimento sustentável. Na verdade a condição é mais geral que esta. Como mostra Rebelo (1991) são precisos retornos constantes nos insumos *acumuláveis*. Logo, se o modelo possui, por exemplo, capital privado e capital público (infra-estrutura, por exemplo) o que se requer é que a tecnologia tenha retornos constantes nesses dois insumos. Mais ainda, a condição não exige que isso se dê em todos os pontos do tempo, mas assintoticamente: Jones e Manuelli (1990) mostram que crescimento ilimitado pode ser gerado com rendimentos decrescentes ao capital, desde que $f'(k)$, quando $k$ vai para infinito, tenda para uma constante $A$ tal que o lado direito da expressão (6) seja maior que um[8].

O modelo mais popular, por sua simplicidade, que apresenta rendimentos marginais constantes em insumos acumuláveis é o chamado modelo Ak devido a Rebelo (1991) e que considera uma função de produção com rendimentos constantes para o "capital," interpretado em um sentido mais amplo, que incluiria, por exemplo, capital humano. Essa função ficou conhecida como Ak devido à sua forma, $y = f(k) = Ak$.

Suponha, para simplificar, que a população é constante, que não existe depreciação, e que a função de utilidade apresenta elasticidade constante. Assim o problema do consumidor é:

$$\underset{\{C\}}{\text{Max}} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \frac{c^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}\, dt$$

$$\text{s.a.} \quad \dot{k} = Ak - c$$

$$k_0 \text{ dado.}$$

Este problema é resolvido utilizando técnicas de cálculo de variações[9] cuja solução é dada pelas seguintes condições de primeira ordem:

[8] Uma outra maneira de introduzir crescimento sustentável em modelos com concorrência perfeita, e que não trataremos aqui, seguiria Lucas (1988). Neste modelo a variável $A$ seria modelada como em Uzawa (1965) e corresponderia ao capital humano. Este seria acumulado de acordo como uma equação do tipo $A_{t+1} = \mu\delta A_t$ onde $\mu$ é o tempo dedicado à acumulação de capital humano (determinado endogenamente) e $\delta$ é uma constante. O caráter linear desta equação é que permite que o crescimento não se interrompa assintoticamente.

[9] O leitor interessado encontra detalhada apresentação dessa técnica em Kamien & Schwartz (1981).

$$c^{-\sigma} = \lambda \tag{7}$$

$$\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = \rho - A \tag{8}$$

em que $\lambda$ é a variável de co-estado (o preço sombra do capital) e pela condição de transversalidade:

$$\lim_{t \to \infty} k_t u'(c_t)\, e^{-\rho t} = 0$$

De (6) e (7) pode-se obter o valor da taxa de crescimento do consumo que é dada por

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{A - \rho}{\sigma} \tag{9}$$

e a partir da restrição do investimento e considerando que no *steady-state* a taxa de crescimento do capital é constante, é imediato provar que sua taxa de crescimento é igual à taxa de crescimento do consumo. O mesmo se observa para a taxa de crescimento do produto, para tanto bastando considerar a função de produção. Dessa forma conclui-se que, no *steady-state*, todas as variáveis crescem à mesma taxa. O truque para garantir crescimento sustentável neste modelo é supor um só insumo de forma que ao assumir retornos constantes estão se assumindo automaticamente rendimentos marginais constantes a este insumo.

## 4. RENDIMENTOS CRESCENTES E CONCORRÊNCIA MONOPOLISTA

A endogeneização da taxa de crescimento nos modelos anteriores parte, de uma forma ou outra, do caráter de bem público do conhecimento. Uma inovação tecnológica, um novo teorema matemático ou uma nova forma de organização do processo produtivo, podem ser copiados e usados sem que o consumo por um agente impeça o consumo por outro. Isto é, esses modelos enfatizam o aspecto de não-rivalidade do consumo do conhecimento e da tecnologia.

Esta é, entretanto, uma formulação incompleta. Ela desconsidera o fato de que, em grande parte, os agentes e firmas buscam novas tecnologias em resposta a incentivos de mercado, ou seja, as inovações não acontecem por acaso ou simples processo estocástico, mas como resultado de ações voluntárias de agentes em busca de vantagens financeiras. Obviamente, o fato deste ou daquele pesquisador ou firma ser o primeiro a conseguir um certo avanço tecnológico possui um componente aleatório, mas em nível agregado o crescimento do esforço de pesquisa implica um maior ritmo de inovação tecnológica para a sociedade como um todo.

Entretanto, como vimos, uma inovação tecnológica pode ser usada muitas outras vezes por vários agentes sem que se incorra em novos custos. Se não houver maneiras mediante as quais isso possa ser evitado não haverá incentivos para pesquisa e desenvolvimento, pois as firmas não poderão recuperar os custos incorridos nesse processo. Isso significa que se for mantida a hipótese de concorrência perfeita e as firmas forem tomadoras de preço, não há como endogeneizar o processo de inovação tecnológica pois só a exclusividade do uso ou venda das novas tecnologias garantirá à firma inovadora as rendas de monopólio que recompensarão os custos incorridos com pesquisa. Isso será possível por que tecnologia é um bem não-rival mas é parcialmente *excluível*, isto é, pode-se evitar que outras firmas ou agentes a consumam. Isto, em geral, é obtido através de patente.

O abandono da hipótese de concorrência perfeita permite, portanto, que se endogeneize o processo de inovação tecnológica e significa um avanço em termos de realismo na teoria do crescimento. Mais ainda, significa também retomar a idéia de Schumpeter de introduzir explicitamente poder de mercado em modelos de crescimento. As principais contribuições neste campo seriam Romer (1990), Grossman & Helpman (1991), e Aghion & Howitt (1992), (AH daqui em diante).

O modelo de Romer (1990) supõe a existência de três setores, o setor de pesquisas, o de produção de bens intermediários e o de bens de consumo final. O lado da demanda de bens segue as linhas tradicionais de Cass-Koopmans. A estrutura do modelo seria:

- Os consumidores decidem o que vão consumir e poupar tomando a taxa de juros e salários como dados.
- Os indivíduos que possuem capital humano ("trabalho especializado") decidem se vão utilizá-lo em pesquisa ou produção de bens finais tomando como dados os estoques de conhecimento, o preço das inovações e o salário pago no setor de produção de bens finais.
- Produtores de bens finais decidem quanto vão usar de trabalho, capital humano e quais bens intermediários vão usar tomando preços como dados.
- As firmas do setor intermediário tomando como dadas a taxa de juros e uma curva de demanda inclinada escolhem preços para maximizar lucros. Cada firma decide se vai começar a produzir determinado bem intermediário tomando o preço da tecnologia como dado.
- As firmas do setor de pesquisa escolhem a quantidade de trabalho especializado que vão contratar, tomando como dados os salários e o preço que pode vender uma patente. O estado da tecnologia também é dado e influencia sua produtividade;
- A oferta de cada bem é igual à demanda.

No setor de bens finais, as firmas que operam sob regime de concorrência perfeita, realizam a produção $(Y)$ a partir da utilização dos vários bens intermediários existentes, do capital humano destinado a este setor $(H_Y)$ e de trabalho $(L)$[10]. Os bens de capital utilizados são indexados de forma que para $i > A$, $x_i = 0$, isto é, $A$ dá a extensão da divisão de trabalho, o número de insumos intermediários existentes. Isto significa basicamente que neste modelo, bem como em Grossman & Helpman, novos insumos se somam aos antigos e o crescimento, seguindo as idéias de economistas clássicos como Adam Smith, se dá via maior divisão do trabalho, aqui entendido como introdução de novos insumos intermediários.

A tecnologia do setor de bens finais é dada por, $Y(H_Y, L, x) = H_Y^{\alpha} L^{\beta} \sum_{i=1}^{\infty} x_i$, de forma que a firma neste setor vai maximizar seu lucro escolhendo as quantidades ótimas de capital humano, trabalho não-especializado, bem como as quantidades ótimas de cada insumo intermediário $x_i$. Da solução deste problema se deriva uma curva de demanda para cada insumo intermediário.

[10] Como a oferta deste último insumo é inelástica, sua eliminação do modelo não mudaria em nada o resultado.

Uma firma do setor de bem intermediário que opera com essas curvas de demanda inversa é monopolista no tipo $i$ de insumo que produz. O monopolista em cada setor $i$, dado a tecnologia à sua disposição, produz um tipo de bem intermediário a partir de $n$ unidades de capital físico, que aluga a um preço $r_t$, e maximiza seu lucro, escolhendo agora $x_i$:

$$\text{Max } P(x_i)x_i - r_t \eta x_i$$

Da solução deste problema deriva-se a função de oferta do insumo intermediário e a função lucro. Como o problema assume convenientemente uma função de produção Cobb-Douglas para o setor de bem final, que é uma função que implica uma demanda com elasticidade-preço constante, a função lucro vai ter a seguinte forma:

$$\Pi_t = (\alpha + \beta)\, P_t x_t,$$

isto é, *mark-up* sobre custo variável. Como as firmas competem por patentes que lhes dêem o monopólio de um determinado tipo de insumo intermediário, elas estarão dispostas a pagar pela patente no máximo o equivalente ao fluxo de lucro descontado que sua posse lhes proporcionará. Isso implica que $\Pi/r = Pa$, o que então determinará o preço Pa da patente.

O setor de pesquisa utiliza-se de capital humano e da tecnologia existentes para produzir novas tecnologias. A produção ocorre de forma que o crescimento tecnológico seja diretamente relacionado ao nível atual de tecnologia $A$ e a quantidade de capital humano empregado no setor de P&D $(H_A)$. Dessa forma um mesmo engenheiro será mais produtivo em um país desenvolvido que em um subdesenvolvido.

Outro ponto importante desse setor é que, muito embora seja possível garantir a patente sobre inovação, é impossível impedir que novos pesquisadores criem outras inovações a partir da utilização de inovações já existentes e do estado atual da tecnologia $A$. Isso é refletido na impossibilidade de a tecnologia ser totalmente excluível. Nesse sentido a função de produção do setor será: $\dot{A} = \delta H_A A$.

Note que para $H_A$ fixo a expressão acima é linear em $A$. Tal característica permite que ocorra crescimento ilimitado. As firmas do setor de pesquisa escolhem a quantidade de capital humano que vão contratar, $H_A$, tomando seu salário e preço das patentes como dados, de forma a maximizar o lucro do setor:

$$\text{Max } [P_A \delta\, H_A A - w_H H_A]$$

Da condição de primeira ordem é obtida uma equação para $w_H$, $(w_H = P_A \delta A)$ que em equilíbrio deve ser igual à expressão que sai do problema das firmas do setor de bem final, que também utilizam capital humano.

O lado dos consumidores é construído de forma tradicional, isto é, os agentes decidem o que vão consumir e poupar tomando a taxa de juros como dada. Em geral assume-se uma função de utilidade com elasticidade de substituição intertemporal constante, da forma: $U(C) = \dfrac{C^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}$ já vista anteriormente. Da solução desse problema deriva-se a taxa de crescimento do consumo, que é dada por: $\frac{\dot{c}}{c} = \frac{r-\rho}{\sigma}$, como no modelo de Romer (1989) e Rebelo (1991).

Antes de caracterizar formalmente o equilíbrio note que a simetria do modelo faz com que todos os bens de produção existentes sejam utilizados igualmente por cada firma do setor de produção de bens finais, que a quantidade de bens intermediários produzidos e utilizados é determinada por $A$ e que para produzir uma unidade de bens finais são necessárias $n$ unidades de capital. Esses fatos permitem a seguinte representação para a função de produção: $Y(H_Y, L, x) = (H_Y A)^{\alpha} (LA)^{\beta} K^{1-\alpha-\beta} \eta^{\alpha+\beta+1}$.

Note que neste formato a função de produção se assemelha a uma função de produção neoclássica que utiliza capital humano e tem o capital aumentado pelo progresso tecnológico. Dessa forma se $A$ for fixo, a economia convergirá para um equilíbrio estacionário com o estoque de capital fixo. No caso de $A$ crescer a uma taxa exógena o estoque de capital crescerá na mesma taxa. Esta comparação também deixa claro o motivo do crescimento endógeno ocorrer graças ao crescimento endógeno e ilimitado da tecnologia $A$.

A caracterização do equilíbrio é feita através das seguintes etapas: determina-se a quantidade de capital humano usada em cada setor:

$$H_y = \frac{1}{\delta} \frac{\alpha}{(1-\alpha-\beta)(\alpha+\beta)} r,$$

Da taxa de crescimento do setor de pesquisa, temos que numa trajetória balanceada de equilíbrio, $g = \frac{\dot{C}}{C} = \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{K}}{K} = \frac{A}{A} = \delta H_A$. Considerando esta expressão e o resultado obtido para $H_Y$ pode-se obter a seguinte relação entre $g$ e $r$:

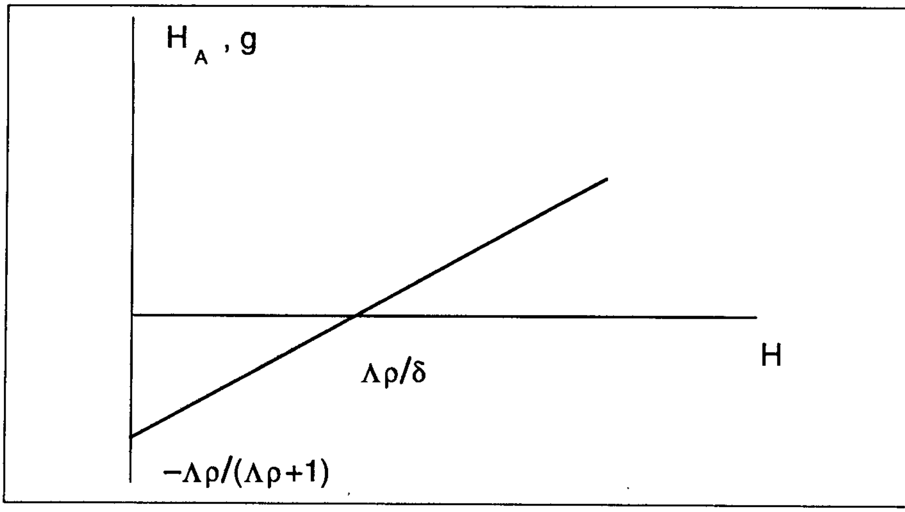
$$g = \delta H - \frac{\alpha}{(1-\alpha-\beta)(\alpha+\beta)} r \tag{10}$$

que pode ser apresentada como: $g = \delta H - \Lambda r$, onde $\Lambda$ é uma constante. A equação (10) mostra que a taxa de crescimento da economia está negativamente relacionada com a taxa de juros. Isto irá ocorrer devido à diminuição do valor presente das inovações com o aumento da taxa de juros, o que levará a uma queda no capital humano destinado à pesquisa. Note entretanto que a taxa de juros afeta positivamente a expressão para taxa de crescimento que sai do problema do consumidor. Neste caso, quanto maior $r$ maior o retorno do investimento e poupança, e maior, portanto, o investimento e crescimento. A taxa de crescimento de equilíbrio será dada pela eliminação de $r$ destas duas expressões:

$$g = \frac{\delta H - \Lambda\rho}{\sigma\Lambda + 1}, \tag{11}$$

em que $\rho$ é a taxa de desconto intertemporal. Como era de se esperar, há uma relação entre taxa de crescimento da economia e capital humano. Essa relação é mostrada no Gráfico 1.

**GRÁFICO 1**




O gráfico mostra que para existir crescimento é necessário que a economia conte com um número mínimo de capital humano dado por $\Lambda\rho/\delta$. Esta é uma conclusão que está de acordo com conclusões obtidas em outros modelos de crescimento via capital humano.

O modelo em Aghion & Howitt segue uma trilha diferente. Nesse modelo existe um único insumo intermediário que é produzido com a tecnologia mais moderna. Este insumo será eventualmente substituído por outro mais produtivo já que os insumos não se acumulam mas são substituídos pelos mais eficientes. Aqui os autores seguem a idéia de destruição criativa devido a Schumpeter.

Neste sentido, em Aghion & Howitt as firmas do setor (competitivo) de bens finais escolhem o nível do insumo intermediário $x$ que vão contratar a um preço Pt de forma a maximizar seu lucro, como no modelo anterior, que aqui é dado por $A_tF(x_t) - P_tx_t$. Da solução deste problema, a curva de demanda inversa por x, $P_t = A_tF'(x_t)$, é derivada. Note que a função de produção é dada por $Y_t = A_tF(x_t)$, e que uma inovação no setor de bens intermediários faz com que a produtividade do setor de bens finais aumente $\gamma$ em de forma que $A_{t+1} = \gamma A_t$, $\gamma > 1$.

Uma firma do setor de bem intermediário que opera com essas curvas de demanda inversa é monopolista de todo o setor. Assume-se que $x$ é produzido somente com trabalho, segundo uma função de produção linear (uma unidade de trabalho produz uma unidade de insumo). O monopolista desse setor compra do setor de pesquisa a patente de $x$ que lhe dá exclusividade em sua produção e escolhe o nível de $x$ que produzirá de forma a maximizar seu lucro: $[A_tF'(x_t) - w_t]\, x_t$. Da solução desse problema sairá não só a oferta do insumo intermediário como função do custo da mão-de-obra, $w_t$, mas também a função lucro que dependerá de $w_t$ igualmente.

O setor de pesquisa em modelos que seguem AH mais de perto é construído de forma bastante diversa do modelo de Romer. Esta é, na verdade, a principal diferença entre os dois modelos. O setor é composto por grande número de firmas que competem pela descoberta de uma nova tecnologia que produzirá o bem intermediário mais eficientemente. Embora o sucesso na pesquisa dependa positivamente da quantidade de trabalho empregado, as inovações ocorrem estocasticamente segundo uma distribuição de Poisson com taxa de chegada $\lambda H_A$. Neste sentido uma firma neste setor escolhe a quantidade de trabalho especializado $H_A$ de forma a maximizar o fluxo esperado de lucro:

$$\text{Max } [\lambda H_A V_{t+1} - w_H H_A]$$

Da solução do problema acima obtém-se a expressão para $w_H$, $(w_H = \lambda V_{t+1})$. Já a expressão para Vt+1, o valor para a firma de uma inovação em $t+1$ é dada por:

$$V_{t+1} = \Pi_{t+1}/(\rho + \lambda H_{At+1})$$

A expressão no denominador é uma taxa de juros ajustada pelo risco: quanto mais pesquisa se espera no próximo período, menor a duração provável dos lucros de monopólio do inovador corrente e, portanto, menor o valor de uma inovação. Em outras palavras, quando uma firma calcula o valor presente de uma inovação, deve levar em conta não só a taxa de desconto intertemporal, mas também a probabilidade que esta tecnologia seja futuramente substituída por outra mais eficiente. Este componente não está presente na expressão para o preço Pa de uma patente no modelo de Romer porque as tecnologias não são substituídas e o modelo não tem incerteza.

Os modelos que seguem a idéia de destruição criativa obtêm uma solução bastante diversa da obtida em Romer (1990). Ao assumir uma utilidade linear para os consumidores, trivializa-se sua decisão e joga-se toda a dinâmica do modelo para o setor produtivo. Em equilíbrio estacionário, a quantidade de trabalho em cada setor será constante ao longo do tempo. Assim, o fluxo de produto do setor de bens finais entre duas inovações será dado por $Y_{t+1} = A_{t+1}F(x^*)$. Substituindo expressão correspondente para $Y_t$, e levando em conta que $A_{t+1} = \gamma A_t$, temos que $Y_{t+1} = \gamma Y_t$.

O índice $t$ marca o número de inovações e não período de tempo. Assim, para calcular a taxa de crescimento em um determinado período de tempo, um ano por exemplo, deve-se levar em conta que como o número de inovações é aleatório nesse período e distribuído de acordo com uma Poisson, a taxa de crescimento da produtividade também será aleatória. É relativamente fácil de mostrar, embora trabalhoso, que em equilíbrio, a taxa de crescimento do logaritmo do produto será dada por um ruído branco com um *drift* positivo:

$$\ln Y_{\tau+1} - \ln Y_\tau = \lambda \,.\, n^* \ln\gamma + \varepsilon_t$$

sendo que n* é a quantidade de trabalho especializado dedicado ao setor de pesquisa, $\tau$ representa um determinado espaço de tempo, e $\varepsilon_t$, é um choque com média zero e variância finita. É imediato perceber que a taxa média de crescimento aumenta com o tamanho das inovações $\gamma$, com sua taxa de chegada $\lambda$ e com a quantidade de trabalho no setor de pesquisa.

É possível mostrar também, para o caso de uma função de produção Cobb-Douglas, por exemplo, que a taxa de crescimento aumenta com o poder de monopólio uma vez que isso induzirá um aumento em n*. Esse resultado, junto com o fato de que um grau mínimo de monopólio é necessário para que haja crescimento — de outra forma não haveria pesquisa pois as rendas de monopólio seriam inexistentes ou insuficientes para cobrir os custos fixos com patentes e inovação — marcam de forma categórica a importância de competição imperfeita para o processo de crescimento.

É importante notar também que os modelos de destruição criativa chegam a uma conclusão bastante diversa dos outros modelos de crescimento endógeno sobre a relação entre a taxa de crescimento de equilíbrio de mercado e a taxa de crescimento eficiente derivada de um problema de planejamento central. Em ambos os grupos de modelos as duas taxas não coincidem devido às externalidades. Em modelos como Romer (1986), Romer (1990) e Lucas (1988) no equilíbrio competitivo a taxa de crescimento é inferior à taxa do problema centralizado. Isso porque os agentes não levam em conta o efeito benéfico de suas ações sobre a acumulação dos outros agentes (e.g.: externalidade do capital no modelo de Romer (1986) ou externalidade intertemporal — novas firmas usam velhas descobertas quando começam a fazer pesquisa — no modelo de Romer (1990) e investem menos que a quantidade eficiente.

Nos modelos Schumperianos, por outro lado, pode ser o caso em que a taxa de crescimento do problema descentralizado seja superior a taxa de crescimento ótima. Nesse caso o planejador central, ao contrário das firmas individuais, leva em conta o efeito negativo da inovação, que é a destruição das outras indústrias de bens intermediários. Isso levaria o planejador a investir menos que as firmas e se este efeito for mais forte que os efeitos externos positivos ( e.g., o já citado fato que as firmas usam antigas tecnologias para criar novas) o resultado é que a economia descentralizada cresce a uma taxa maior que a taxa ótima.

## 5. CONCLUSÃO

Este artigo não teve como objetivo uma *survey* exaustiva do campo de crescimento endógeno, por isso ignoramos artigos seminais como Lucas (1988), entre outros. Nosso objetivo aqui foi bem mais modesto; buscamos entender as limitações teóricas dos modelos tradicionais de crescimento e como essas limitações foram sendo superadas pelos artigos desta nova literatura. Para tanto nos concentramos em duas questões. A primeira discutiu a introdução de retornos crescentes e rendimentos marginais constantes ou crescentes do capital em modelos de crescimento com concorrência perfeita. A outra mostra como se abandonou a hipótese de concorrência perfeita e adotou-se a concorrência monopolista, ao menos em alguns setores da economia. Esta última literatura segue a inspiração Schumpeteriana de criação destrutiva e de poder de monopólio como forças propulsoras do processo de crescimento. Ao nosso entender, essas mudanças teóricas não só enriquecem a teoria econômica moderna que segue a tradição neoclássica, como adiciona realismo à modelagem do crescimento econômico.

## REFERÊNCIAS

AGHION, P. & HOWITT, P. (1990) "A model of growth through creative destruction," *Econometrica*, 60, pp. 323-52

ARROW, K. J. (1962) "The economics implications of learning by doing;" *Review of Economics Studies*, 29, pp. 155-73.

BARRO, R. (1974) "Are government bonds net wealth?", *Journal of Political Economy*, 82, pp. 379-402.

BARRO, R. & SALA-I-MARTIN, X. (1995) *Economic Growth*, McGraw-Hill, Nova York.

BAUMOL, W.J. (1986) "Productivity growth, convergence and wellfare: what the long run data show", *American Economic Review*, 76, pp. 1.072-85.

BAUMOL, W.J. & WOLFF, E. N. (1988) "Productivity growth, convergence, and welfare: reply", *American Economic Review*, December, pp. 1.155-59.
CASS, D. (1965) "Optimum growth in an aggregative model of capital accumulation;" *Review of Economics Studies*, 32, pp. 233-40.
DE LONG, B. (1988) "Productivity growth, convergence, and welfare: comment", *American Economic Review*, December, pp. 1.138-54.
GROSSMAN, G. & E. HELPMAN (1991) "Quality ladders in the theory of growth", *Review of Economics Studies*, 58, pp. 43-61.
JONES, & MANUELLI, R. (1990) "A convex model of equilibruim growth", *Journal of Political Economy*, 78, pp. 1.008-38.
KAMIEN, N. & SCHWARTZ, N. (1981) *Dynamic Optimization*, North Holland, Nova York.
KOOPMANS, Tjalling C. (1965) "On the concept of optimal economic growth," in *The Econometric Approach to Development Planning*, North Holland, Amsterdam.
LUCAS, R. (1988) "On the mechanics of economic development"; *Journal of Monetary Economics*, 22, pp. 3-42.
LUCAS, R. (1990) "Why doesn't capital flow from rich to poor countries?," *American Economic Review*, 80, pp. 92-6.
MANKIW, G., ROMER, D. & D. WEIL (1992) "A contribution to the empirics of economics growth," *Quarterly Journal of Economics*, 107, pp. 407-38.
RAMSEY, F. (1927) "A mathematical theory of saving," *Economic Journal*, 38, pp. 543-49.
REBELO, S. (1991) "Long run policy analisys and long run growth"; *Journal of Political Economy*, 99, pp. 500-21.
REINGANUM, J. (1984) "Practical implications of game theoretic models of R&D"; *American Economic Review*, 74, pp 61-6.
ROMER, P. (1986) "Increasing returns and long run growth;" *Journal of Political Economy*, 94, pp. 1.002-37.
ROMER, P. (1989) "Capital accumulation in the theory of long-run growth"; in R. J. Barro (ed.), *Modern Business Cycle Theory*, Harvard University Press.
ROMER, P. (1990) "Endogenous technological change"; *Journal of Political Economy*, 98, pp. 71-102.
SCHUMPETER, J. A. (1942) "Capitalism, socialism and democracy," Harper and Brothers, Nova York.
SIDRAUSKI, M. (1967) "Rational choice and patterns of growth in a monetary economy", *American Economic Review*, 57(2), pp. 534-44.
STOKEY, N. & LUCAS, R. (1989) "Recursive Methods of Economics Dynamics", *Harvard University Press*, Cambridge, MA.
SOLOW, R. (1956) "A contribution to the theory of economic growth", *Quarterly Journal of Economics.*
SUMMERS, R. & HESTON, A. (1991) "The penn world table, version V", *Quarterly Journal of Economics*, 106, pp. 1-45.
TIROLE, J. (1989) "The theory of industrial organization", The MIT Press, Cambridge, MA, USA.
UZAWA, H. (1961) "On a two sector model of economic growth", *Journal of Political Economy.*